Международный фестиваль «Звезды нового века»-2017

Точные науки (от 11 до 13 лет)

**ЧТО УМЕЕТ ШКОЛЬНЫЙ ЦИРКУЛЬ?**

Учебно-исследовательская работа



Выполнил:

Шахабутдинова

Регина

Вячеславовна, 13 лет,

ученица 7 класса «В»

МБОУ «СОШ №14»,

Руководитель:

Дыхова

Лариса Владимировна,

учитель математики

Киселёвск, 2017

**Содержание**

Введение……………………………………………………………………… 2

1 **Геометрические построения с помощью циркуля**…………………… 4

1.1 Построения, связанные с линиями………………………………….... 4

1.2 Построения, связанные с окружностью……………………………… 8

1.3 Построение многоугольников…………………………………………. 9

1.4 Построения, связанные с углами ……………………………………….. 15

**2 Построение плоских кривых с помощью циркуля…………………** 17

2.1 Циркульные кривые……………………………………………………. 17

2.2 Лекальные кривые……………………………………………………… 18

Заключение…………………………………………………………………… 24

Список источников информации и иллюстраций ………….……………… 25

Приложение А1Применение геометрических построений……………….. 26

Приложение Б1 Овалы……………………………………………………….. 27

Приложение Б2Яйцевидные овоиды………………………………………. 28

Приложение Б3 Своды……………………………………………………….. 29

Приложение Б4 Завитки……………………………………………………… 30

Приложение Б5 Архитектурные обломы……………………………………. 31

Приложение Б6 Построение геометрических тел…………………………… 32

Приложение Б7 Построение развёрток поверхностей геометрических тел.. 34

Приложение Б8 Циркульные кривые в покрытиях зданий…………………. 37

Приложение Б9 Циркульные кривые в арках………………………………… 38

Приложение Б10 Циркульные кривые в колоннах ………………………….. 39

Приложение Б11 Завитки в архитектуре……………………………………… 40

Приложение В1 Применение эллипса………………………………………… 41

Приложение В2 Применение параболы………………………………………. 42

Приложение В3 Применение гиперболы……………………………………... 45

Приложение В4 Линия изогнутой гибкой рейки в архитектуре……………. 46

**Введение**

***Актуальность.***Несколько тысяч лет насчитывает история построений с помощью циркуля, и ещё древние достигли здесь большого искусства. Циркуль до сих пор - актуальное изобретение человечества, которое служило и служит чисто научным целям. Появление чертежей в виде прямых, ломаных и кривых линий было связано с практической деятельностью человека – строительством укреплений, городских построек и т.п. Сначала чертежи выполнялись на земле в том месте, где необходимо было вести строительство. Для проведения окружности применялись примитивные чертёжные инструменты и приспособления: колышек и верёвка; к верёвке прикрепляли другой колышек, и таким образом чертили окружность. Так, с попытками начертить, измерить и обособить ту или иную окружность, пришло понимание того, для чего нужен циркуль и как с ним работать.

Позже верёвку заменили тонкой веточкой или дощечкой. Это позволило очерчивать окружности только заданного радиуса. Наконец, и эта проблема была решена – к одной дощечке прикрепили другую и скрепили их между собой. Таким образом и получился первый циркуль - см.рис.1.



Рис.1 Рис.2

Принцип работы циркуля и его строение остался неизменным на протяжении веков. Современные технологии лишь сделали этот прибор более удобным для использования. Усовершенствованный современный циркуль выглядит вот так – см. рис.2.

Но возникла ***проблема***: а какие геометрические построения можно выполнять с помощью циркуля. И обозначилась ***цель*** исследовательской работы: выявление построений с помощью циркуля и применение этих построений.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие ***задачи***:

- выявить, какие геометрические построения иплоские кривые можно выполнить с помощью циркуля;

- рассмотреть, где можно увидеть или применить построения с помощью циркуля.

***Гипотеза:***Если уметь чертить с помощью циркуля, можно таким образом решать различные задачи, строить чертежи, научиться видеть в окружающем нас мире удивительный мир геометрических фигур.

***Объект исследования:***построения с помощью циркуля.

***Предмет исследования:*** геометрические построения и плоские кривые.

***Методы исследования:***теоретические и практические: изучение правил выполнения чертежей с помощью циркуля и применение их на практике.

Геометрические построения – это способ решения задачи, при котором ответ получают графическим путём. Построения выполняют чертёжными инструментами при максимальной точности и аккуратности работы, так как от этого зависит правильность решения. Но самостоятельно, как человек один в поле не воин, так и циркуль один выполняет построения очень редко. У него всегда есть помощники. Главный помощник из инструментов – это обыкновенная линейка, которая позволяет провести произвольную прямую, а также построить прямую, проходящую через две точки. Здесь про циркуль и линейку можно сказать так: дружно не грузно, а врозь хоть брось. При построении сопряжений и аксонометрических проекций окружностей помощниками циркуля стали трафареты.

А вот в построении циркульных кривых –циркуль настоящий король. Основное построение тут он взял на себя.

Лекальные кривые говорят за себя то, что основным инструментом выполнения построений здесь служит лекало. Опять же с помощью циркуля и линейки строятся точки, по которым затем по лекалу проводятся лекальные кривые. И тут дружно не грузно.

Данная исследовательская работа является продолжением исследовательской работы «Превращения циркульных кривых», выполненной автором в третьем классе.

**1 Геометрические построения с помощью циркуля**

**1.1 Построения, связанные с линиями**

**1.1.1Деление отрезка прямой**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1.1.1.1 Деление отрезка прямой на две равные части |  | - Циркулем провести окружность с центром в точках *A* и *B* радиусом больше половины АВ.  - Найти точки пересечения С и Dдвух построенных дуг.  - По линейке провести отрезок или линию, проходящую через точки C и D.  - Найти искомую середину отрезка *AB*: О - точку пересечения *AB* и CD. |
| 1.1.1.2 Деление отрезка прямой на четыре равные части. |  | - Сначала разделить отрезок АВ на две равные части (см.п.1.1.1.1), а затем точно таким же образом отрезки АК и КВ разделить пополам.  Этим способом можно разделить отрезок прямой на 2,4,8,16 и т.д. равных частей. |
| 1.1.1.3 Деление отрезка прямой на равные части. |  | Из любого конца отрезка АВ провести под острым углом к нему прямую линию АС. На линии АС циркулем отложить нужное число равных отрезков (например,5) произвольной величины. Точка 5 – конец последнего отрезка. Точку 5 соединить с точкой В – концом заданного отрезка. Из всех точек деления (1,2,3,4,5) при помощи линейки провести прямые, параллельные прямой 5В. Отметить точки пересечения этих прямых с заданным отрезком. 1`, 2`, 3`, 4`, 5`. |
| 1.1.1.4  Деление отрезка прямой по «золотому сечению» |  | Отрезок АВ разделить пополам. Восставить перпендикуляр из точки В и отложить на нём половину отрезка АВ. Соединить В и D. Провести дугу с центром в точке D радиусом ВD до пересечения с АD. Провести дугу с центром в точке А радиусом АЕ до пересечения с АВ. Точка F разделит отрезок прямой АВ по золотому сечению – FВ:АF= АF:АВ. |

**1.1.2Построение перпендикуляра**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1.1.2.1 Построение перпендикуляра из точки С на прямую АВ. |  | - Из точки С как из центра описать дугу окружности так, чтобы она пересекала прямую АВ в точках D и Е.  - Тем же радиусом из точек D и Е провести дуги окружностей, которые пересекутся в точке F.  - Соединив точки Е и F, получить прямую СF, перпендикулярную прямой АВ. |
| 1.1.2.2 Построение перпендикуляра к прямой из точки,  расположенной на прямой.  Дано:  I – Прямая АВ и точка К  II – прямая и точка А  C:\Users\Надежда\Documents\ФОто цветных чертежей\IMG_9608.JPG | I | - На прямой АВ по обе стороны от точки К отложить произвольным радиусом ***r*** равные отрезки DК=КЕ.  - Из точек D и Е радиусом R, большим, чем отрезок DК, описать дуги окружностей, которые пересекутся в точке N.  - Соединив точки К и N прямой, получить перпендикуляр к АВ, восставленный из точки К. |
| II | Взяв произвольную точку О вне данной прямой, провести из неё окружность радиусом R=ОА. Через вторую точку В пересечения окружности с прямой провести диаметр ВС; конец диаметра С соединить с точкой А; АС – искомый перпендикуляр. |
| 1.1.2.3 Построение перпендикуляра к прямой АВ из точки А, расположенной на конце данной прямой.  C:\Users\Надежда\Documents\ФОто цветных чертежей\IMG_9606.JPG |  | На прямой АВ отложить произвольный отрезок АС и тем же раствором циркуля из точек А и С описать дуги окружностей, пересекающихся в точке D.  - Соединить точкуС с полученной точкой D прямой и на её продолжении отложить отрезок КD=DС.  - Проведя через точки К и А прямую, получить линию АК, перпендикулярную к АВ. |

**1.1.3 Построение параллельной прямой**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1.1.3.1  Построить прямую***b***, параллельную прямой ***a*** на расстоянии ***l***друг от друга. |  | Из произвольных точек на прямой ***a***, как из центров, провести несколько дуг радиусом ***l***. Общая касательная ко всем этим дугам и есть прямая, параллельная данной. |
| 1.1.3.2  Построить прямую, проходящую через данную точку и параллельную данной прямой. | I) | Из точки А, как из центра, произвольным радиусом сделать засечку на прямой ***b***, получится точка О. Из точки ***О*** на данной прямой ***b***, как из центра, провести дугу до пересечения с прямой ***b***. Точки пересечения построенной дуги с прямой ***b: М, N,Ки L***считать за центры ещё трёх дуг, которые необходимо провести. Прямая, проведённая через точки пересечения дуг А, А1, А2 и А3 и есть прямая, параллельная данной. |
| II) | С центром в точке В и радиусом, большим расстояния от В до прямой ***с***, провести дугу, пересекающую прямую ***с*** в точках М и N. Из М тем же радиусом описать вторую дугу. С центром в точке В построить третью дугу радиусом ВМ. Она пересечёт вторую дугу в точкеВ1. ВВ1 //***с***.  ***Таким образом можно построить параллелограмм.*** |
| III) | С центром в точке А и радиусом R, большим расстояния от А до прямой ***d***, провести дугу, пересекающую прямую  ***d*** в точках В и С. Из С тем же радиусом R описать вторую дугу c центром в точке ***D*** на прямой ***d***. С центром в точке ***D*** построить третью дугу радиусом R до пересечения с первой окружностью в точке Е. АЕ есть прямая, параллельная данной***d.***  ***Таким образом можно построить ромб.*** |
| IV)  C:\Users\Надежда\Documents\ФОто цветных чертежей\IMG_9620.JPGC:\Users\Надежда\Documents\ФОто цветных чертежей\IMG_9621.JPG  C:\Users\Надежда\Documents\ФОто цветных чертежей\IMG_9622.JPGC:\Users\Надежда\Documents\ФОто цветных чертежей\IMG_9623.JPG | С центром в точке О и радиусом R, большим расстояния от О до прямой ***m***, провести дугу, пересекающую прямую ***m***в точках В и С. Взять одну из точек пересечения окружности с прямой – точку В, измерить циркулем отрезок АВ и провести дугу радиусом АВ с центром в точке С, пересекающую построенную окружность в точке ***D.*** Прямая, проходящая через точки А и ***D***, параллельная прямой ***m***.***Таким образом можно построить трапецию.*** |
|  | V)  C:\Users\Надежда\Documents\ФОто цветных чертежей\IMG_9595.JPG  C:\Users\Надежда\Documents\ФОто цветных чертежей\IMG_9596.JPGC:\Users\Надежда\Documents\ФОто цветных чертежей\IMG_9597.JPG | - Провести длинную секущую прямую так, чтобы она уходила за данную точку А и пересекала прямую ***m***в точке В.  - Провести дугу с центром в точке В произвольным радиусом R. Дуга пересечёт прямую ***m***в точке D, а отрезок АВ – в точке С. Получится угол СВD.  - Провести дугу таким же радиусом R с центром в точке А. Эта дуга пересечёт секущую прямую в точке М.  - Взять в раствор циркуля R1=СD, т.е. ширину угла СВD, и этим радиусом с центром в точке С провести дугу, которая пересечёт вторую дугу в точке К. Получится угол МАК, который соответствует углу СВD. Через точки А и К провести прямую, которая будет параллельна прямой ***m***.  ***Таким образом можно построить соответственные углы.*** |

**1.1.4 Построение касательной к окружности**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1.1.4.1 Провести касательную к окружности в точке А, принадлежащей этой окружности. | **C:\Users\Надежда\Documents\ФОто цветных чертежей\IMG_9598.JPG** | - Соединить центр окружности О с точкой А и продлить до точки В. ОА=АВ.  - ОВ разделить пополам. Точки С и D соединить. СD – касательная к окружности. |
| 1.1.4.2 Провести касательную к окружности в точке Р, не принадлежащей этой окружности. | **C:\Users\Надежда\Documents\2 ФОТО цветных чертежей\IMG_9927.JPG** | - Соединить точку А с центром окружности О.  - Прямую ОА разделить пополам и из её середины (точки В) радиусом ОВ описать окружность, которая пересечёт заданную окружность в двух точках К1 и К2.  - Соединив полученные точки К1 и К2 с точкой А, построить прямые АК1 и АК2, которые касаются данной окружности в точках К1 и К2. |

**1.2 Построения, связанные с окружностью**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1.2.1 Определение центра, из которого проведена дуга окружности |  | На дуге провести две хорды АВ и СD. Разделить каждую из них пополам и через их середины провести перпендикуляры до их взаимного пересечения в точке О. эта точка и будет центром дуги окружности (радиус, перпендикулярный к хорде, делит её пополам). При нахождении центра окружности можно поступать таким же образом. |
| 1.2.2  Построение окружности, описанной вокруг треугольника | C:\Users\Надежда\Documents\ФОто цветных чертежей\IMG_9589.JPG | Принять стороны треугольника АВ и ВС за хорды окружности, разделить каждую из них пополам и через их середины провести перпендикуляры до взаимного пересечения в точке О. Окружность, описанная из точки О радиусом ОА, пройдёт через все вершины треугольника. |
| 1.2.3  Построение центра вписанной окружности | C:\Users\Надежда\Documents\ФОто цветных чертежей\IMG_9590.JPG | Центр О вписанной окружности определить в точке пересечения биссектрис углов треугольника. |

**1.3 Построение многоугольников**

**1.3.1 Построение треугольника**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1.3.1.1 Построение треугольника по трём сторонам.  Дано:  C:\Users\Надежда\Documents\ФОто цветных чертежей\IMG_9668.JPG | C:\Users\Надежда\Documents\ФОто цветных чертежей\IMG_9669.JPG | Провести прямую линию и отложить на ней отрезок АС=***ас***. Радиусом R1 =***аb*** описать дугу из центра А и радиусом R2 = ***bс*** – дугу из центра С до пересечения с первой дугой в точке В. Соединить точку В с точками А и С, получится треугольник АВС.  Такой способ построения треугольника по трём сторонам называется триангуляцией. |
| 1.3.1.2 Построение треугольника по двум сторонам и углу между ними.  Дано:  C:\Users\Надежда\Documents\ФОто цветных чертежей\IMG_9670.JPG | C:\Users\Надежда\Documents\ФОто цветных чертежей\IMG_9671.JPG | Провести прямую ***а***, на которой циркулем отложить отрезок АВ=МN.  Построить угол САВ, равный углу О. на луче АС циркулем отложить отрезок АС=КL. Соединить точки В и С. |
| 1.3.1.3Построение правильного треугольника по данной стороне | IMG_1843 | Провести отрезок АВ. Из концов этого отрезка, как из центров, провести дуги радиусом R=АВ до взаимного их пересечения в точке С. |
| 1.3.1.4 Построение правильного треугольника по радиусу описанной окружности | I  IMG_1844  II  C:\Users\Надежда\Documents\ФОто цветных чертежей\IMG_9586.JPG | 1. Из точки пересечения вертикальной оси с окружностью, например А, провести дугу радиусом R. Эта дуга засекает на данной окружности две искомые точки 1 и 2. Третьей точкой деления будет точка 3 на противоположной стороне от точки А.   II)Точку А взять не на оси. Остальное построение аналогично построениюI. |
| 1.3.1.5 Построение правильного треугольника по радиусу вписанной окружности | IMG_1893 | Из центра О заданной окружности радиуса R провести окружность ра-диусом R = 2R и разделить её на три равные части. Точки деления А, В, С являются вершинами правильного треугольника, описанного около окружности радиуса R. |

**1.3.2 Построение квадрата**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1.3.2.1 Построение квадрата по данной стороне | IMG_1872 | Зная, как строить перпендикуляр к прямой (см.п.2.2, вариант II), на продолжении перпендикуляра АN отложить с помощью и из точки В радиусом АВ сделать засечки, на пересечении которых будет четвёртая вершина квадрата С. |
| 1.3.2.2 Построение квадрата по данной диагонали АВ | IMG_1871 | Найти середину отрезка АВ (см.п.1.1.1). Через середину АВ провести к АВ перпендикуляр МN. От точки О его пересечения с АВ отложить на МN отрезки ОС и ОD, равные ОА. АВСD – искомый квадрат. |
| 1.3.2.3 Построение квадрата по радиусу описанной окружности | I  IMG_1869 | Квадрат, противоположные вершины которого лежат на горизонтальной и вертикальной осях. Для нахождения точек, делящих окружность на четыре равные части, достаточно провести два взаимно перпендикулярных диаметра. |
| II  IMG_1870 | В данном случае так же провести в окружности два взаимно перпендикулярных диаметра, затем разделить каждую четверть окружности пополам, и полученные точки соединить. |
| 1.3.2.4 Построение квадрата по радиусу вписанной окружности | IMG_1863 | Из концов горизонтального и вертикального диаметров окружности (точек 1,2,3,4) радиусом R описать дуги окружностей до их взаимного пересечения в точках А,В,С,D. Эти точки и являются вершинами описанного квадрата. |

**1.3.3 Построение правильного пятиугольника**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Задание | Построение | Алгоритм построения |
| 1.3.3.1  Построение правильного пятиугольника по данной сторонеАВ. | IMG_1865 | Из концов отрезка А и В, как из центров, провести дуги радиусом R=АВ, О – точка пересечения этих дуг. Соединить О с серединой АВ, точкой F, и продлить эту линию, отложив на ней ОD=2/3 АВ. Провести дуги с центром в точке D радиусом R=АВ до пересечения их с ранее построенными дугами – получатся точки пересечения дуг: Е и С. Точки А, В. С, D, Е – вершины правильного пятиугольника. |
| 1.3.3.2  Построение  правильного  пятиугольника и  правильного десятиугольника  по радиусу  описанной  окружности | I  IMG_1866  Поэтапное решение задачи:  C:\Users\Надежда\Documents\ФОто цветных чертежей\IMG_9624.JPGC:\Users\Надежда\Documents\ФОто цветных чертежей\IMG_9625.JPG  C:\Users\Надежда\Documents\ФОто цветных чертежей\IMG_9626.JPGC:\Users\Надежда\Documents\ФОто цветных чертежей\IMG_9627.JPG | - Провести два взаимно перпендикулярных диаметра СК и МА;  - разделить радиус ОА точкой В пополам и радиусом ВС из точки В провести дугу окружности до пересечения с диаметром МА в точке D;  - разделить прямой СD окружность на 5 равных частей, и соединив полученные на окружности точки 1, 2, 3, 4, 5 деления прямыми, получить вписанный в окружность правильный выпуклый пятиугольник.  (Отрезок ОD равняется стороне **десятиугольника** и делит окружность на десять равных частей). |
| II  IMG_1864 | Проведя два взаимно перпендикулярных диаметра АВ и СD, разделить радиус, например, ОС пополам в точке F и провести прямую FВ;  - отложить на ней от точки F отрезок FЕ=FО;  - тогда отрезок ВЕ равняется стороне **десятиугольника,** а хорда КL – стороне **пятиугольника.** |

**1.3.4 Построение правильного шестиугольника**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1.3.4.1  Построение  правильного  шестиугольника  по данной  стороне | IMG_2254 | |
| 1.3.4.2  Построение  правильного  шестиуголь-  ника  по радиусу  описанной  окружности | *Шестиугольник, две противоположные вершины которого лежат на горизонтальной оси*  IMG_1887 | Из концов горизонтального диаметра провести как из центров две дуги радиусом R. Полученные точки пересечения 1,3,4,6 вместе с концевыми точками диаметра 2 и 5 будут искомыми точками деления. |
| *Шестиугольник, две противоположные вершины которого лежат на вертикальной оси*  IMG_1888 | Строится аналогично. Только ножка циркуля (радиусом R) ставится в точки пересечения вертикального диаметра с окружностью. Полученные точки пересечения 1,2,4,5 вместе с концевыми точками диаметра 3 и 6 будут искомыми точками деления. |
| *Шестиугольник, противоположные вершины которого не лежат на оси*  C:\Users\Надежда\Pictures\Lenovo Photo Master\IMG_9672.JPG | Точку 1 взять не на оси. Остальное построение аналогично предыдущему. |
| 1.3.4.3  Построение  правильного  шестиуголь-ника по радиусу  вписанной  окружности | IMG_1895 | Способом построения описанного квадрата (см.п.1.3.2.4) построить сначала вершины описанного квадрата и провести вертикальные стороны квадрата. Через точки деления окружности (на 6 частей) 2, 3, 5 и 6 провести прямые до пересечения с вертикальными сторонами квадрата – получатся вершины С, D, F, Е правильного описанного шестиуголь-ника. Вершины А и В определить с помощьюдуги окружности радиуса ОЕ, которую провести до пересечения с продолжением вертикального диаметра заданной окружности. |

**Построение семи-, восьми- и девятиугольников**

**по радиусу описанной окружности**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1.3.5  Построение правильного семиугольника по радиусу описанной окружности | IMG_1868 | |
| 1.3.6  Построение правильного восьмиугольника по радиусу описанной окружности | **IMG_1890** | |
| 1.3.7  Построение правильного девятиугольника по радиусу описанной окружности | **IMG_1911** | |
| **Построение n-угольников** | | |
| 1.3.8  Приближённый способ построения правильных многоугольников, например, правильного девятиугольника | **IMG_1904** | |
| 1.3.9 Построение многоугольника, равного данному | **C:\Users\Надежда\Documents\ФОто цветных чертежей\IMG_9617.JPG**  **C:\Users\Надежда\Documents\ФОто цветных чертежей\IMG_9618.JPG** | - Провести в данном пятиугольнике ***аbсdе***диагонали ***bd*** и ***bе***, которые разделят пятиугольник на три треугольника.  - Построить треугольник АВЕ, равный треугольнику ***аbе***: отложить на произвольной прямой отрезок АЕ=***ае*** и описать из точки А радиусом, равным ***аb*** , и из точки Е радиусом, равным ***bе***, дуги окружностей до взаимного пересечения в точке В.  - Соединить точку В с точками А и Е – получится треугольник АВЕ, равный треугольнику ***аbе***.  - Таким же способом триангуляции построить треугольники ВDЕ и ВСD , равные соотвественно треугольникам bdе и bсd. Построенный пятиугольник АВСDЕ будет равен данному пятиугольнику аbсdе.  - Таким же способом можно построить любой многоугольник, равный данному. |

**1.4 Построения, связанные с углами**

**1.4.1Деление угла на равные части**

|  |  |
| --- | --- |
| 1.4.1.1 Разделить угол на две равные части (провести биссектрису угла): | C:\Users\Надежда\Pictures\Lenovo Photo Master\IMG_9708.JPGIMG_1873 |
| 1.4.1.2 Разделить прямой угол на три равные части (трисекция прямого угла) | C:\Users\Надежда\Documents\ФОто цветных чертежей\IMG_9692.JPG |

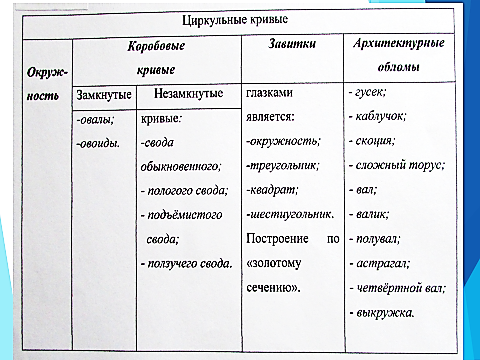
**1.4.2 Построение углов**

|  |  |
| --- | --- |
| 1.4.2.1 Построение угла, равного данному | C:\Users\Надежда\Documents\ФОто цветных чертежей\IMG_9629.JPG |
| 1.4.2.2 Построение прямого угла | C:\Users\Надежда\Documents\ФОто цветных чертежей\IMG_9605.JPGC:\Users\Надежда\Documents\ФОто цветных чертежей\IMG_9631.JPG**C:\Users\Надежда\Documents\ФОто цветных чертежей\IMG_9689.JPG** |
| 1.4.2.3 Построение углов,кратных 15 0 | C:\Users\Надежда\Documents\ФОто цветных чертежей\IMG_9667.JPGC:\Users\Надежда\Documents\ФОто цветных чертежей\IMG_9628.JPGC:\Users\Надежда\Documents\ФОто цветных чертежей\IMG_9640.JPG |
| 1.4.2.4 Построение углов, кратных 30 0 | C:\Users\Надежда\Documents\ФОто цветных чертежей\IMG_9697.JPGC:\Users\Надежда\Documents\ФОто цветных чертежей\IMG_9665.JPGC:\Users\Надежда\Documents\ФОто цветных чертежей\IMG_9664.JPGC:\Users\Надежда\Documents\ФОто цветных чертежей\IMG_9633.JPGC:\Users\Надежда\Documents\ФОто цветных чертежей\IMG_9663.JPGC:\Users\Надежда\Documents\ФОто цветных чертежей\IMG_9666.JPGC:\Users\Надежда\Documents\2 ФОТО цветных чертежей\IMG_9830.JPG  C:\Users\Надежда\Documents\ФОто цветных чертежей\IMG_9642.JPGC:\Users\Надежда\Documents\ФОто цветных чертежей\IMG_9690.JPGC:\Users\Надежда\Documents\ФОто цветных чертежей\IMG_9643.JPG |
| 1.4.2.4 Построение разных углов | C:\Users\Надежда\Pictures\Lenovo Photo Master\IMG_9698.JPGC:\Users\Надежда\Documents\ФОто цветных чертежей\IMG_9687.JPG  C:\Users\Надежда\Documents\ФОто цветных чертежей\IMG_9645.JPGC:\Users\Надежда\Documents\ФОто цветных чертежей\IMG_9646.JPG |

Применение геометрических построений **-см. Приложение А1.**

**2 Построение плоских кривых с помощью циркуля**

**2.1 Циркульные кривые**

****

**2.1.1 Окружность**

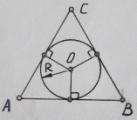
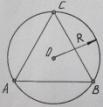


Рис.3 Рис.4 Рис.5 Рис.6

***Окружность*** — [замкнутая](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%97%D0%B0%D0%BC%D0%BA%D0%BD%D1%83%D1%82%D0%B0%D1%8F_%D0%BA%D1%80%D0%B8%D0%B2%D0%B0%D1%8F) [плоская кривая](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%BB%D0%BE%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F_%D0%BA%D1%80%D0%B8%D0%B2%D0%B0%D1%8F), которая состоит из всех точек на плоскости, равноудалённых от заданной точки О. Эта точка называется ***центром окружности***(см.рис.3). Отрезок, соединяющий центр с какой-либо точкой окружности, называется [***радиусом***](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A0%D0%B0%D0%B4%D0%B8%D1%83%D1%81) ***(R)***. Отрезок секущей, расположенный внутри окружности, называется [хордой](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A5%D0%BE%D1%80%D0%B4%D0%B0_(%D0%B3%D0%B5%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%8F)). ***Хорда*** – отрезок, соединяющий любые две точки окружности. Хорда, проходящая через центр окружности, называется [***диаметром***](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D0%B8%D0%B0%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80). Диаметр вдвое больше радиуса: он делит окружность на две равные части и поэтому является её [осью симметрии](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9E%D1%81%D0%B5%D0%B2%D0%B0%D1%8F_%D1%81%D0%B8%D0%BC%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%8F). Диаметр больше любой другой хорды. Любые две не совпадающие точки окружности делят её на две части. Каждая из этих частей называется [***дугой окружности***](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D1%83%D0%B3%D0%B0_%D0%BE%D0%BA%D1%80%D1%83%D0%B6%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D0%B8). Дуга называется полуокружностью, если отрезок, соединяющий её концы, является диаметром. Прямая, имеющая с окружностью ровно одну общую точку, называется [***касательной***](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%B0%D1%81%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D0%BF%D1%80%D1%8F%D0%BC%D0%B0%D1%8F_%D0%BA_%D0%BE%D0%BA%D1%80%D1%83%D0%B6%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D0%B8)***к окружности***, а их общая точка называется точкой касания прямой и окружности. Касательная к окружности всегда перпендикулярна её радиусу (и диаметру), проведенному в точке касания. Практическое построение окружности производится с помощью [циркуля](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A6%D0%B8%D1%80%D0%BA%D1%83%D0%BB%D1%8C).

***Окружность называется описанной*** вокруг многоугольника в том случае, если все вершины многоугольника лежат на этой окружности (см.рис.4 ).

***Окружность называется вписанной*** в многоугольник, если все стороны многоугольника касаются этой окружности, а многоугольник называется описанным около этой окружности (см.рис.5 ).

***Центральный******угол*** - это угол, вершина которого находится в центре  окружности (см.рис.6).

**2.1.2 Коробовые кривые.**

**2.1.2.1 Овалы** (**См. Приложение Б1**).

**2.1.2.2 Овоиды** (**См. Приложение Б2**).

**2.1.3 Своды** (**См. Приложение Б3**).

**2.1.4 Завитки** (**См. Приложение Б4**).

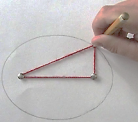
**2.1.5 Архитектурные обломы** (**См. Приложение Б5**).

**2.2 Лекальные кривые**

Существует большое количество лекальных кривых. Для исследования взяты кривые сечения конуса, циклические кривыеи линия изогнутой гибкой рейки.

Точное построение кривых сечений конуса выполняется с помощью циркуля (см.табл.1).

Произвольные кривые сечения конуса можно выполнить и без помощи циркуля. Например, зная определение эллипса, можно сделать простейший прибор, вычерчивающий эллипс (см.рис.7). Для этого надо два гвоздика вонзить в чертёжную доску, надеть на них кольцо из нитки,а карандаш двигать по бумаге так, чтобы он всё время натягивал нитку. Тогда кончик грифеля будет рисовать на бумаге эллипс.

 Рис.7

**2.2.1 Кривые сечения конуса**

Таблица 1

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 2.2.1.1 Эллипс | IMG_0603 | Параметры АВ и СD (задаются) – большая и малая оси, взаимно перпендикулярны, делятся пополам точкой О – центром эллипса. Положение фокусов F1 и F2 на большой оси определяется засечками дуги радиусом ОА=АВ:2, проведённой из точки С или D. Эллипс обладает таким свойством: сумма расстояний от каждой точки М, N… до фокусов постоянна и равна большой оси эллипса: F1М и F2М = F1N + F2N. Эта формула – математический закон, которому подчиняются все точки эллипса. |
| 2.2.1.2 Пара-бола | IMG_0636 | Х – ось параболы (линия симметрии);  F – фокус;  ***l –*** (директриса) прямая линия, перпендикулярная к оси Х;  P=OF – параметр параболы (задаётся);  А – вершина (точка пересечения оси Х с ветвью параболы), ОА=Р:2=ОF:2. |
| 2.2.1.3 Гипер-бола | C:\Users\Надежда\Documents\2 ФОТО цветных чертежей\IMG_9929.JPG | О – центр; 2а – параметр (задаётся);  X и Y – две взаимно перпендикулярные  оси симметрии,  Х – главная (действительная) ось;  Y – малая (мнимая) ось;  А и В – вершины гиперболы;  F1 и F2 - фокусы гиперболы;  Асимптоты – две прямые, к которым  гипербола стремится, но никогда с ними  не пересекается. |

После кривых сечений конуса можно обратиться к циклическим кривым (см.рис.8, 9,10).

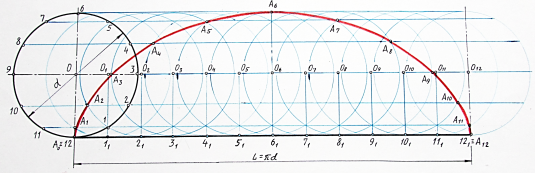


Рис.8 Циклоида

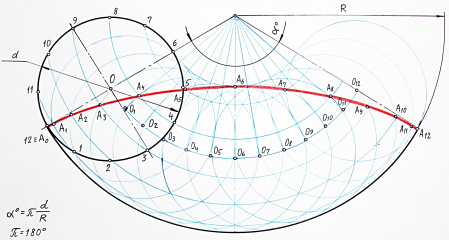


Рис.9 Гипоциклоида

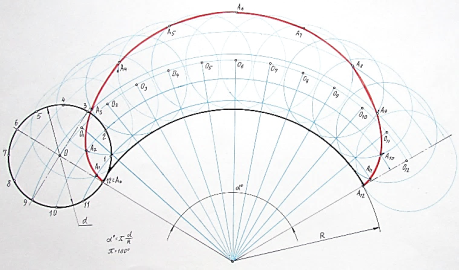


Рис.10 Эпициклоида

Как их различать? Приклеим белый круг на обод велосипедного колеса и поедем по ровному асфальту. За один оборот колеса точка опишет одну ветвь циклоиды. Теперь для сравнения приложим к верхнему краю линейки обруч (см.рис.11а), к которому прикрепили карандаш и который нужно катить по линейке. Карандаш будет вычерчивать кривую – тоже *циклоиду*  (см.рис.11б), что по-гречески значит «кругообразная». Определяется она как кривая, которую описывает точка обода колеса, катящегося без проскальзывания по прямой линии.

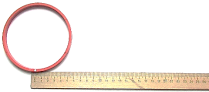
а)  б) 

Рис.11

Теперь на велосипеде с помеченной точкой проедем по яме, представляющей в разрезе дугу окружности – точка опишет гипоциклоиду.

*Гипоциклоида* – плоская кривая, описываемая точкой производящей окружности, которая без скольжения катится по направляющей окружности, при этом направляющая и производящая окружности имеют внутреннее касание (см.рис12).

 Рис.12 Рис.13

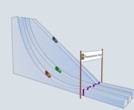
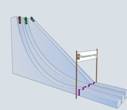
И ещё раз проедем, только теперь по небольшому холмику, представляющей в разрезе тоже дугу окружности – точка опишет эпициклоиду.

*Эпициклоида* – плоская кривая, описываемая точкой производящей окружности, которая без скольжения катится по направляющей окружности, при этом производящая и направляющая окружности имеют внешнее касание (см.рис.13).

При точном построении находятся точки, по которым и обводятся циклические кривые. Основной инструмент здесь лекало, они поэтому так и называются- лекальные кривые, но циркуль здесь главный помощник.

Давно математики пытались решить такую задачу: какой формы должен быть гладкий жёлоб, соединяющий две точки А и В (А выше, чем В), чтобы гладкий металлический шарик скатился по этому желобу из точки А в точку В под действием своего веса за кратчайшее время? Можно подумать, что жёлоб должен быть прямолинейным. Но это не так. Может быть, следует выгнуть по дуге окружности, как думал великий итальянский физик, астроном и математик Галилео Галилей, живший на рубеже XVI – XVII вв.? Нет, Галилей ошибался. Только в 1696 г. швейцарский математик Иоганн Бернулли установил, что желоб должен быть выгнут по циклоиде, опрокинутой вниз (см.рис.14, 15).

Рис.14

 Рис.15

Для того, чтобы подтвердить это, был проведён эксперимент. Вместо жёлоба была взята полиэтиленовая труба (она имеет свойство сгибаться). Для чистоты эксперимента, чтобы согнуть трубу по циклоиде, на четырёх листах ватмана была построена половина циклоиды с исходным диаметром 95 см.

Сначала засекалось время скатывания шарика по кривой линии (см.рис.16), потом – по циклоиде (см.рис.17) и последнее – по прямой (см.рис.18).



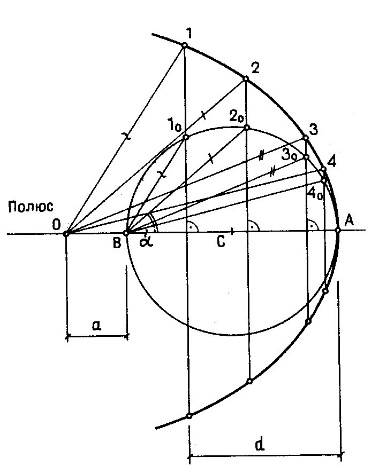
Рис.16 Рис.17 Рис.18

В результате эксперимента выявлено время движения шарика по разным видам трассы (см.табл.2).

Таблица 2 **Время движения шарика по трассе**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Линия прохождения трассы | Длина трассы  L, см | Время прохождения трассы  t, с | Место |
| Кривая | 402,0 | 1,09 | II |
| Циклоида | 386,6 | 0,95 | I |
| Прямая | 298,3 | 1,27 | III |

*Результат эксперимента подтвердил*, что скорость прохождения по трассе минимальная в том случае, когда трасса выполнена в виде циклоиды, перевёрнутой вниз: 0,95 секунды при условии, что длина трассы по циклоиде гораздо длиннее, чем по прямой и чуть меньше, чем по кривой. Это должно учитываться при сооружении спортивных трасс.

И ещё одна, последняя из исследуемых лекальных кривых, - линя изогнутой гибкой рейки. На рис.19 показано построение формы купола. Кривая его очерка представляет собой сочетание двух кривых, отображающих различные условия работы материала (линия О-2 – растяжение, линия 2-1-3 – сжатие). Последний участок выражает линию равного сопротивления – *очертание изогнутой гибкой рейки*.

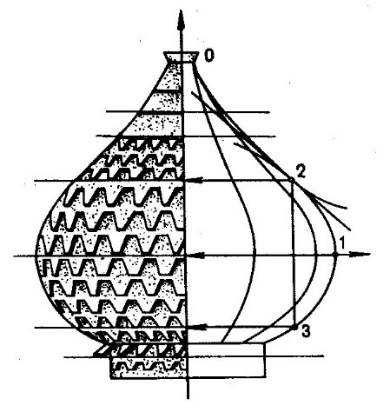


Рис.19 Рис.20

Рассмотрим графическое построение линии изогнутой рейки (см.рис.20).На прямой линии выбирают точку О – *полюс* и *вершину* А кривой. Вычерчивают окружность, центр которой лежит на прямой ОА. На отрезке АВ проводят ряд прямых, перпендикулярных ему. Из точки В проводят лучи к точкам пересечения параллельных прямых с окружностью (точки 10, 20, 30, 40), а из точки О проводят лучи, параллельные соответствующим лучам первого пучка, также до пересечения с параллельными прямыми. Получим искомые точки 1, 2, 3, 4.

Величина параметра***a*** относительно диаметра окружности определяет степень изгиба, если он уменьшается – изгиб увеличивается. Для того, чтобы подтвердить это, будем менять параметр ***a*** (см. рис.21-23). Действительно, *исследование подтверждает*, что при увеличении параметра ***a***изгиб уменьшается (см. рис.21), а при уменьшении – увеличивается (рис.23).

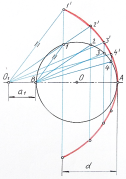
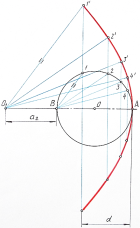
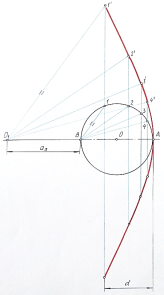
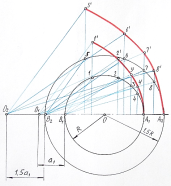
****

Рис.21 Рис.22 Рис.23

И ещё одна *закономерность выявлена при исследования линии изогнутой гибкой рейки:* если поменять параметр***a*** и радиус (или диаметр) исходной окружности в одинаковой пропорции (принят к=1,5 на чертеже), то изгиб получается примерно одинаковым (см. рис.24).

**** Рис.24

**Заключение**

В исследовательской работе «Что умеет школьный циркуль?» чётко прослеживаются три этапа - основные направления, выполняемые с помощью циркуля: геометрические построения, циркульные и лекальные кривые и их применение.

**На первом этапе**, *вгеометрических построениях,****выявлено*,** что при построении параллельных прямых можно в одном случае построить параллелограмм, во втором – ромб, в третьем – трапецию, а в четвёртом случае – соответственные углы (см.п.1.1.3.2). Даны примеры применения геометрических построений в геометрии, черчении и технике.

**На втором этапе** *исследованы циркульные кривые* и построениес их помощью геометрических тел и развёрток. ***Исследовано*** применение циркульных кривых в покрытиях зданий, в арках, колоннах, в архитектуре Кемеровской области (**см. Приложение Б8 - Б11**).

**На третьем этапе исследовательской работы** для *исследования лекальных кривых* выбраны кривые сечения конуса, циклические кривые и линия изогнутой гибкой рейки.

Особый интерес из кривых сечений конуса вызвала парабола. Проведено ***исследование*** дальности полёта шарика в зависимости от угла наклона дула детского пистолета (**см. Приложение В2**). В результате исследования выявлено, что дальность полёта (по параболе) шарика максимальная, если угол наклона дула составляет 450. Это свойство можно использовать на уроках физкультуры при метании спортивных снарядов: мяча, гранаты, ядра, копья.

При исследовании циклических кривых был проведён ***эксперимент***, который подтвердил вывод Бернулли о том, что кратчайшее время скатывания шарика с верхней точки А в нижнюю точку В по наклонной под действием собственного веса должно быть по циклоиде, опрокинутой вниз.

При исследовании изогнутой гибкой рейки ***показано***, что при уменьшении заданного параметра увеличивается её изгиб. Это свойство применяется при конструировании энтазиса в колоннах (изгиб минимальный), в луковичных главах храмов и в покрытиях зданий, называемых «бочкой» или «крещатой бочкой», где изгиб максимальный.

*Поставленная цель работы*: выявление построений с помощью циркуля и применения этих построений – достигнута.

*Гипотеза доказана*: Если уметь чертить с помощью циркуля, можно таким образом решать различные задачи, строить чертежи, научиться видеть в окружающем нас мире удивительный мир геометрических фигур.

**СПИСОК ИСТОЧНИКОВ ИНФОРМАЦИИ И ИЛЛЮСТРАЦИЙ**

**Литература:**

1Волошинов,А.В. Математика и искусство/А.В.Волошинов –М.:Просвещение,1992.-335с.

2 Воротников,И.А.Занимательное черчение/И.А.Воротников- М.:Просвещение,1990.-224с.

3 Геометрия: учеб. для 7-9 кл. сред. шк / Л. С. Атанасян. – М.: Просвещение, 1991.

1. Гутнов,А.Э.Мир архитектуры/А.Э.Гутнов – М.:Молодая гвардия,1985.-351с.
2. Детская энциклопедия Чудеса света.-М.: Махаон,2013.-123с.
3. Овсянников,Ю.М.Рассказы об архитектуре – М.: Детская литература,1984.-191с.
4. Справочное руководство по черчению/В.Н.Богданов, И.Ф.Малежик и др. – М.:Машиностроение,1989. – 864 с.:ил.
5. Шарыгин,И.Ф.Наглядная геометрия/И.Ф.Шарыгин,Л.Н.Ерганжиева – Смоленск: Русич, 1995.- 208с.
6. Энциклопедический словарь юного математика/сост.Савин А.П.-М.:Педагогика,1985.-352с.

**Сайты в Интернете:**

1 <http://images.yandex.ru>

**Иллюстрации:**

1 http://images.yandex.ru

2 Фотографии из личного архива

ПРИЛОЖЕНИЕ А1

**Применение геометрических построений**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Геометрия | Особые линии в треугольнике | C:\Users\Надежда\Documents\ФОто цветных чертежей\IMG_9693.JPGC:\Users\Надежда\Documents\ФОто цветных чертежей\IMG_9685.JPG |
| Деление окружности на равные части – звёздчатые многоугольники | Пентаграмма Гексаграмма СептаграммаОктаграммаДекаграмма  https://fs00.infourok.ru/images/doc/232/74592/2/img22.jpghttp://edinoeuchenie.ru/sites/default/files/images/symbols/geksagramma.jpghttp://900igr.net/up/datas/244444/026.jpg**C:\Users\Надежда\Documents\ИНЖЕНЕРНАЯ ГРАФИКА\ЧЕРЧЕНИЕ\в циркуль\IMG_7088.JPG**https://fs00.infourok.ru/images/doc/232/77749/3/img8.jpg |
| Геометрические фантазии | http://zav.ansya.ru/health/na-etoj-stranice-vi-najdete-perevod-knigi-drunvalo-melkizedeka/31.pnghttps://fs00.infourok.ru/images/doc/135/157190/hello_html_m829b620.jpg |
| Черчение | Деление окружности на равные части.  Выполнение сопряжений. | https://arhivurokov.ru/multiurok/html/2017/01/09/s_58736764ae568/img7.jpg |
| Техника | Деление окружности на равные части | C:\Users\User\Pictures\Lenovo Photo Master\IMG_1233.JPGC:\Users\User\Pictures\Lenovo Photo Master\IMG_1223.JPG |

ПРИЛОЖЕНИЕ Б1

**2.1.2.1 Овалы**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| C:\Users\Надежда\Documents\2 ФОТО цветных чертежей\IMG_9755.JPGC:\Users\Надежда\Documents\2 ФОТО цветных чертежей\IMG_9758.JPGC:\Users\Надежда\Documents\2 ФОТО цветных чертежей\IMG_9759.JPGC:\Users\Надежда\Documents\2 ФОТО цветных чертежей\IMG_9760.JPG  2.1.2.1.1 Овалы в аксонометрических проекциях:  в прямоугольной изометрической  C:\Users\Надежда\Documents\2 ФОТО цветных чертежей\IMG_9829.JPG  и в прямоугольной диметрической  C:\Users\Надежда\Documents\2 ФОТО цветных чертежей\IMG_9828.JPGC:\Users\Надежда\Documents\2 ФОТО цветных чертежей\IMG_9827.JPG | | | | |
| ПРИЛОЖЕНИЕ Б2  **2.1.2.2 Яйцевидные овоиды** | | | | |
| **C:\Users\Надежда\Documents\фото к циркулю-4\IMG_0098.JPGC:\Users\Надежда\Documents\фото к циркулю-4\IMG_0099.JPGC:\Users\Надежда\Documents\фото к циркулю-4\IMG_0100.JPG** | | | | |
| ПРИЛОЖЕНИЕ Б3  **2.1.3 Своды** | | | | |
| C:\Users\Надежда\Documents\2 ФОТО цветных чертежей\IMG_9768.JPGC:\Users\Надежда\Documents\2 ФОТО цветных чертежей\IMG_9767.JPG  C:\Users\Надежда\Documents\2 ФОТО цветных чертежей\IMG_9766.JPGC:\Users\Надежда\Documents\2 ФОТО цветных чертежей\IMG_9769.JPG | | | | |
| ПРИЛОЖЕНИЕ Б4  **2.1.4 Завитки** | | | | |
| C:\Users\Надежда\Documents\2 ФОТО цветных чертежей\IMG_9770.JPGC:\Users\Надежда\Documents\2 ФОТО цветных чертежей\IMG_9771.JPG  C:\Users\Надежда\Documents\2 ФОТО цветных чертежей\IMG_9777.JPGC:\Users\Надежда\Documents\2 ФОТО цветных чертежей\IMG_9772.JPG  C:\Users\Надежда\Documents\2 ФОТО цветных чертежей\IMG_9825.JPGC:\Users\Надежда\Documents\2 ФОТО цветных чертежей\IMG_9773.JPG | | | | |
| ПРИЛОЖЕНИЕ Б5  **2.1.2.5 Архитектурные обломы** | | | | |
| Гусек  C:\Users\Надежда\Documents\2 ФОТО цветных чертежей\IMG_9779.JPG | | Вал  C:\Users\Надежда\Documents\2 ФОТО цветных чертежей\IMG_9778.JPG | Валик  IMG_0450 | Полувал  C:\Users\Надежда\Documents\2 ФОТО цветных чертежей\IMG_9786.JPG |
| Каблучок  C:\Users\Надежда\Documents\2 ФОТО цветных чертежей\IMG_9781.JPG | | Астрагал  C:\Users\Надежда\Documents\2 ФОТО цветных чертежей\IMG_9791.JPG | Четвертной вал  C:\Users\Надежда\Documents\2 ФОТО цветных чертежей\IMG_9787.JPG | |
| Скоция  C:\Users\Надежда\Documents\2 ФОТО цветных чертежей\IMG_9783.JPG | Сложный торус  C:\Users\Надежда\Documents\2 ФОТО цветных чертежей\IMG_9784.JPG | Выкружка  C:\Users\Надежда\Documents\2 ФОТО цветных чертежей\IMG_9789.JPG | | |

ПРИЛОЖЕНИЕ Б6

**Построение геометрических тел**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 3.1 Цилиндр | |  | Образующая  окружность (g)  движется по оси і  (направляющей d) –  поступательное  прямолинейное  движение |
| 3.2 Прямой конус  вращения | | IMG_0771 | Направляющая d  является окружностью. |
| 3.3 Шар | |  | Половина  круга  вращается  вокруг оси і -  вращательное  движение |
| 3.4 Тор | 3.4.1 Круговое кольцо, или тор |  | Образующий  круг  меньшего диаметра(g)  движется по направляющей (d )  окружности большего  диаметра - поступательное криволинейное движение. |
| 3.4.2Поверхность  внутри называется  тороидная  (глобоидная) |  |
| 3.4.3 Поверхность внутри  называется  открытый тор | **C:\Users\Надежда\Documents\2 ФОТО цветных чертежей\IMG_9799.JPGC:\Users\Надежда\Documents\2 ФОТО цветных чертежей\IMG_9800.JPG** | Диаметр образующего  круга (g) и диаметр окружности  направляющей (d) равны-  поступательное криволинейное движение |
| 3.4.4 Поверхность внутри  называется закрытый (самопересекающийся) тор |  | Диаметр  круга  (образующая g)  больше  диаметра окружности  (направляю-  щей d )-  поступательное криволинейное движение |
| 3.5 Винтовая линия | | C:\Users\Надежда\Documents\2 ФОТО цветных чертежей\IMG_9810.JPG | Винтовая линия получается при движении окружности маленького диаметра: поступательном прямолинейном параллельно оси и одновременно поступательном криволинейном движении по направляющей окружности. |

ПРИЛОЖЕНИЕ Б7

**4 Построение развёрток поверхностей геометрических тел**

**с помощью циркуля**

Развёрткой называется плоская фигура, которая получается, если поверхность тела разрезать по некоторой линии и совместить с одной плоскостью (без наложения граней или иных элементов поверхности друг на друга). Каждой точке и каждой линии на поверхности отвечают точка и линия на развёртке. Вследствие этого для тел вращения (поверхности цилиндра, конуса, шара) существую правила:

- прямая на поверхности переходит в прямую на развёртке;

- параллельные прямые на поверхности переходят на параллельные прямые на развёртке;

- сохраняется длина линий на поверхности и на развёртке;

- площадь на развёртке равна площади на поверхности.

В данной работе рассмотрены точные развёртки поверхностей цилиндра и конуса, приближённая развёртка поверхности конического барабана (усечённого конуса с недоступной вершиной) и условная развёртка сферы.

**4.1 Построение развёртки поверхности цилиндра**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **C:\Users\Надежда\Documents\ФОто цветных чертежей\IMG_9679.JPG** | **C:\Users\Надежда\Documents\ФОто цветных чертежей\IMG_9682.JPG** | Развёрткой боковой поверхности прямого кругового цилиндра является прямоугольник, одна сторона которого равна длине окружности основания цилиндра 2http://www.clipartsfree.net/vector/large/1203-pi-vector.pngR, где R – радиус окружности основания, а вторая сторона равна высоте цилиндра ***h***. Для получения полной развёртки добавить верхнее и нижнее основания цилиндра. |

**4.2 Построение развёртки поверхности конуса**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| IMG_0662 | **4.2.1 Развёртка поверхности прямого конуса**  **вращения**  Развёртка поверхности конуса представляет собой  плоскую фигуру, состоящую из сектора – развёртки  боковой поверхности и круга – основания конуса. | |
| IMG_0654IMG_0655 | **4.2.2 Построение развёртки**  **поверхности усечённого конуса** | |
| IMG_0656  IMG_0761 | | **4.2.3 Построение приближённой развёртки поверхности конуса с недоступной вершиной**  - Построить вспомогательный конус β, подобный данному конусу **α. D:d=k**(**k**должно быть целое число,**k**=2).  - Построить развёртку боковой поверхности вспомогательного конуса β – А0S0102 0…50А0 .  - Из произвольной точки О0, принадлежащей биссектрисе угла А0S0А0, провести лучи О0А0, О010…О0А0 и на них отложить отрезки О0 А10= **k•**О 0А0;  О0110= **k•**О 010 и т.д.  - Для построения развёртки поверхности **α** провести дугу радиусом О0110 с центром в точке О. Эта дуга пересечёт лучи в точках 110,210, …510,А10. Из этих точек провести прямые, параллельные соответствующим прямым: S0А0, S010 и т.д. и на них отложить отрезки, равные ***l***:  А10В10, 110120 и т.д. |

**4.3 Построение условной развёртки поверхности шара**

|  |  |
| --- | --- |
| **C:\Users\Надежда\Documents\ФОто цветных чертежей\IMG_9678.JPG** | На виде сверху разбиваем окружность на шесть секторов. Через точки 21 , 31 и 41 проводим дуги с центром в точке 11, затем эти дуги спрямляем.  F0C0 на развёртке составляет 1/6 длины окружности.  После построения точек контур развёртки обводим по лекалу. |
| **C:\Users\Надежда\Documents\ФОто цветных чертежей\IMG_9675.JPG** | |

ПРИЛОЖЕНИЕ Б8

**Циркульные кривые впокрытиях зданий**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Цилиндрический (туннельный)  свод |  | Дуге окружности придали поступательное  прямолинейное движение. |
| Крестовый  свод | 腲咷࢟膄䮯ঌঌԲ膴ㄗ芬  d1= d2 | Крестовый свод  Двум полуокружностям, расположенным под прямым углом друг к другу, придали поступательное прямолинейное движение. |
| Свод  腲咷࢟膄䮯ঌঌԲ膴ㄗ芬распалубка | 腲咷࢟膄䮯ঌঌԲ膴ㄗ芬  d1> d2 |
| Коробовый свод |  | Половине или части овала  придали поступательное прямолинейное движение. |
| Сомкнутый  свод-купол  (монастырский  купол) | IMG_0560IMG_0267Сомкнутый свод  Сомкнутый свод получается в результате пересечения двух и более полуцилиндров. | |
| Сферический  купол | IMG_0265IMG_1036IMG_0460IMG_0493 | |

ПРИЛОЖЕНИЕ Б9

**Циркульные кривые в арках**

|  |  |
| --- | --- |
| Арка сквозная | IMG_0515IMG_0467IMG_0639**IMG_0265**IMG_0085IMG_0087IMG_0108 |
| Арка глухая | IMG_0505IMG_0690IMG_0465 |
| Триумфальная арка |  |

.

ПРИЛОЖЕНИЕ Б10

Таблица **Циркульные кривые в колоннах**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Колонна | | | Наличие циркульных кривыхв колонне | | |
| Образующий  круг в  колонне | завиток  в капители | архитектурные  обломы |
| Дорическая | греческая | | Переменного  диаметра | - | IMG_0495 |
| римская | зубчатая | - | IMG_0487 |
| модульонная | - | IMG_0462IMG_0461 |
| Ионическая | греческая | | Постоянного  диаметра | IMG_0501 | IMG_0071 |
| Коринфская | Переменного  диаметра | IMG_0120 | IMG_0476 |
| Тосканская | римская | | - | DSCN2066IMG_0463 |
| Композитная | IMG_0049 | IMG_0053 |

ПРИЛОЖЕНИЕ Б11

**Завитки в архитектуре**

**IMG_0207**









ПРИЛОЖЕНИЕ В1

**Применение эллипса**

|  |  |
| --- | --- |
| IMG_0457hello_html_2d388d96.png | Когда секущая плоскость не проходит через вершину  и не параллельна ни одной из образующих конуса,  получается эллипс – замкнутая линия. |
|  | Одним из самых замечательных свойств эллипса является его оптическое свойство, состоящее в том, что все лучи, вышедшие из одного фокуса и отразившиеся от зеркала, имеющего форму эллипсоида вращения, соберутся после отражения в другом фокусе. Если в одном фокусе поместить источник света, а в другом воспламеняющееся вещество, то оно загорится. Это свойство использовали балаганные артисты, чтобы удивить доверчивых зрителей. Эксперимент настолько всех поражал, что само зрелище тоже стали называть фокусом.  Это же свойство эллипса лежит в основе интересного акустического эффекта, наблюдаемого в некоторых пещерах и искусственных сооружениях, своды которых имеют эллиптическую форму: если находиться в одном из фокусов, то речь человека, стоящего в другом фокусе, слышна так хорошо, как будто он находится рядом, хотя на самом деле расстояние велико.Так же распространяются и акустические волны, что используют архитекторы для создания поразительных звуковых эффектов: «говорящих» бюстов, «магического» шепота, «потусторонних» звуков. |
| Все тела Солнечной системы движутся вокруг Солнца по эллипсам. По эллипсам движутся вокруг Земли её искусственные спутники и естественный спутник – Луна. Путь электрона вокруг ядра атома – по эллипсу. Кольца Сатурна имеют эллиптическую форму. | |

Эллипсы в нашей жизни встречаются гораздо чаще, чем нам кажется. Например, когда мы режем наискосок огурец, то получающееся сечение имеет эллиптическую форму. В форме эллипса можно изготовить журнальный столик или соткать ковёр.

ПРИЛОЖЕНИЕ В2

**Применение параболы**

|  |  |
| --- | --- |
| **IMG_0458** | Если секущая плоскость пересекает только одну полость прямого кругового конуса, не проходит через вершину и параллельна одной из образующих конуса, получается парабола – незамкнутая линия. |
| IMG_0765IMG_0764  http://i-free-satellite-tv.com/wp-content/uploads/2017/02/gh.jpg | Если параболе придать вращательное движение относительно горизонтальной оси, получится параболоид вращения. Эта поверхность имеет большое техническое значение. Применяется параболоид в параболических отражателях, которые применяются в прожекторах, автомобильных фарах, карманных фонариках, потому что дают яркие и ровные пучки света. За счёт чего это достигается? Выяснилось, что геометрические свойства параболы таковы, что луч, выходящий из фокуса F, отразившись в любой точке поверхности, получает направление, параллельное оси параболоида и наоборот, лучи света, падающие параллельно оси параболоида, собираются в одной точке – в фокусе. Это свойство параболических отражений используется в тепловых солнечных установках, отражательных телескопах. Различным приспособлениям для наилучшего распространения или улавливания звука обычно придают так же форму параболоида (например, радиолокаторам). |
| IMG_0782 | Поверхность жидкости, помещённой в быстро вращающийся сосуд, приобретает форму параболоида. |

|  |  |
| --- | --- |
| https://s3.amazonaws.com/media-p.slid.es/uploads/jewelia/images/320585/famous6.jpg | Траектория летящего салюта – парабола.  Все салюты – параболоид вращения. |
| C:\Users\Надежда\Documents\Киселевский фонтан\IMG_8806.JPG  Траектория падающей струи в фонтане – парабола. | http://scsgr10math.wikispaces.com/file/view/Untitled.png/182712585/800x480/Untitled.png  И тут парабола. |
| https://www.forexdengi.com/attachment.php?attachmentid=1122706&d=1454013037&thumb=1http://mathematicsproject-g12-term2.weebly.com/uploads/2/6/7/0/26702957/4200270_orig.gifhttp://ca7science.wikispaces.com/file/view/diver_parabola.gif/31113177/diver_parabola.gif  Удивительно – и здесь полёт по параболе!!! | |
| http://piquadraticsbakery2.weebly.com/uploads/2/7/6/6/27666683/5880766.jpeg?308 | Траектория летящего футбольного, баскетбольного или волейбольного мяча – по параболе. |
| http://uzluga.ru/potrb/%D0%97%D0%B0%D0%B4%D0%B0%D1%87%D0%B0%3A+%D0%97%D0%B0%D0%B4%D0%B0%D1%87%D0%B0b/img7.jpg | Визуализация траектории движения тела, брошенного под углом к горизонту |
| Парабола в архитектуре  http://www.babaimage.com/download.php?img=images/filehulme-arch-bridge-1-wikipedia.jpg.http://s3.thingpic.com/images/D3/jqgoHLMQ83DmhanvDW33.jpeg | |

Полёт по параболе дал повод провести исследование дальности полёта шарика в зависимости от угла наклона дула детского пистолета(см.рис.25 ). В результате исследования выявлено, что дальность полёта (по параболе) шарика максимальная, если угол наклона дула составляет 450(см.Таблицу 3). Это свойство можно использовать на уроках физкультуры при метании спортивных снарядов: мяча, гранаты, ядра, копья.

Рис. 25

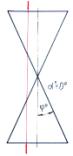
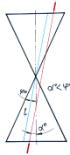
Таблица3**Дальность полёта шарика**

|  |  |
| --- | --- |
| Угол наклона дула, градус | Дальность полёта, см |
| 10 0, 80 0 | 267 |
| 20 0, 70 0 | 297 |
| 30 0, 60 0 | 327 |
| 40 0, 50 0 | 357 |
| 45 0 | 372 |

ПРИЛОЖЕНИЕ В3

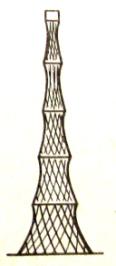
**Применение гиперболы**

Если секущая плоскость параллельна оси конуса или двум образующим двух полостей конуса, то в сечении получается гипербола (см. рис.26 и 27). Если одна полость конуса – одна ветвь гиперболы, если две полости – две ветви гиперболы. Гипербола – незамкнутая линия.

Рис.26 Рис.27

Гипербола, как и другие конические сечения, обладает оптическим свойством: луч, исходящий из источника света, находящегося в одном из фокусов гиперболы, после отражения движется так, как будто он исходит из другого фокуса. При вращении гиперболы вокруг одной из его осей получается гиперболоид. Гиперболоиды были использованы в башнях Шухова:

в Москве на Шаболовке (Рис.28):

Рис.28

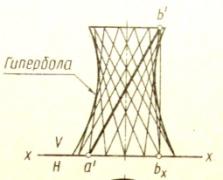


Рис.29 Водонапорная башня Шухова в Краснодаре



Рис.30 Башня Шухова в селе Полибино Липецкой области

ПРИЛОЖЕНИЕ В4

**Линия изогнутой гибкой рейки в архитектуре**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Купол | **F:\1 МОЁ\Карлык 13-15 июня 2017 г\IMG_7931.JPG**C:\Users\User\Pictures\Lenovo Photo Master\IMG_0836.JPG | Луковичные главы храма |
| Бочка | http://kelohouse.ru/images/vidy-krysh/4.jpg  Крещатая бочка Бочка | Своеобразная кровля, близкая по  форме к луковичным главам  храмов, которая и получила  имя «бочка». |
| Энтазис (утолщение) в дорической, коринфской, тосканской и композитной колоннах | https://img-fotki.yandex.ru/get/15505/76154770.f6/0_d009f_c567f409_orig.jpg  С каждой стороны храма все колонны своими вершинами едва-едва наклонены к центру и чуть-чуть оказались «припухлыми» в середине. Греческие архитекторы знали то, чего не знали многие сотни лет спустя другие. Абсолютно прямые линии, тем более когда на них давит тяжесть, из-за природного недостатка человеческого зрения кажутся слегка вогнутыми в центре. Чтобы «исправить» этот недостаток, греческие архитекторы применили утолщение – **энтазис**. Пользуясь изогнутой гибкой рейкой, они определяли, а затем прорисовывали *энтазис* – незначительную припухлость ствола колонны. | |